

## Lista K-2

1. Oblicz pochodną poniższych funkcji:

$$\sin^2(x)\operatorname{arctg}(x), \quad \frac{\ln(1-x)}{\sqrt{x}+e^{x^2}}.$$

2. Oblicz granice

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{arctg}(x) - \frac{\pi}{4}}{x-1}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1).$$

3. Podaj wzór stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = \cos(x)$  w punkcie  $(\frac{\pi}{2}, f(\frac{\pi}{2}))$ .

4. Wyznacz dziedzinę, miejsca zerowe oraz asymptoty funkcji

$$f(x) = \frac{\operatorname{arctg}(x)}{x-1}$$

i w oparciu o tak uzyskane informacje naszkicuj jej wykres.

5. Znajdź największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2}$$

dla  $x \in [1, e]$ .

6. Oblicz poniższe całki:

$$\int (e^x + 1)^2 dx, \quad \int xe^{x^2+1} dx, \quad \int xe^{2x+1} dx.$$

7. Naszkicuj obszar leżący między osią  $OX$  oraz wykresem funkcji

$$f(x) = x^2 - 1 \quad \text{dla } x \in [-1, 1]$$

i oblicz jego pole.

8. Oblicz objętość bryły obrotowej powstałej w wyniku obrotu wokół osi  $OX$  obszaru z zad. 7.

9. Wyznacz promień zbieżności szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n.$$

10. Rozwiąż równanie

$$y' = e^y \sin(x)$$

rozdzielając zmienne.