

Przygotowanie do Kolokwium 2 - 05.01.23

1. Oblicz pochodną poniższych funkcji:

$$\sqrt[3]{x+1} + \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad \sin(x)\arctg(x), \quad \frac{x^2}{\ln(x)}, \quad \cos(1-x^2), \quad \frac{e^x\sqrt{x^2+1}}{x-1}.$$

2. Oblicz granice

$$\lim_{x \rightarrow 1} (e^x + \ln(x)), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} xe^{\frac{1}{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} xe^{\frac{1}{x}}.$$

3. Podaj wzór stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x + \ln(x)$ w punkcie $(1, f(1))$.

4. Wyznacz dziedzinę, miejsca zerowe oraz asymptoty funkcji

$$f(x) = \frac{x^2 - 2}{(x - 2)^2}$$

i w oparciu o tak uzyskane informacje naszkicuj jej wykres.

5. Znajdź największą i najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = \frac{x^2 - 2}{(x - 2)^2}$$

dla $x \in [0, \sqrt{2}]$.

6. Oblicz poniższe całki:

$$\int (x+1)\sqrt{x} dx, \quad \int x\sqrt{x^2+1} dx, \quad \int x\sqrt{2x+1} dx.$$

7. Naszkicuj obszar ograniczony wykresami funkcji

$$f(x) = e^x \quad \text{oraz} \quad g(x) = (e-1)x + 1 \quad \text{dla } x \in [0, 1]$$

i oblicz jego pole.

8. Oblicz objętość bryły obrotowej powstałej w wyniku obrotu wokół osi OX obszaru ograniczonego elipsą o równaniu

$$\frac{x^2}{9} + y^2 = 1.$$

9. Wyznacz promień zbieżności szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n^2 2^n}.$$

10. Rozwiąż równanie

$$y' = \frac{x}{y}$$

rozdzielając zmienne.