

Przygotowanie do Kolokwium 2 - 09.01.23

1. Niech $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$.

- Oblicz pochodną funkcji f .
- Podaj wzór stycznej do wykresu funkcji f w punkcie $(-1, f(-1))$.
- Oblicz granicę $\lim_{x \rightarrow \infty} x(f(x) - 1)$.

2. Niech $f(x) = \arctg(2x - x^2)$.

- Oblicz pochodną funkcji f .
- Znajdź największą i najmniejszą wartość funkcji f dla $x \in [0, 3]$.

3. Oblicz poniższe całki:

a) $\int \frac{(\sqrt{x} + 1)^3}{x} dx$

b) $\int x \sin(1 - x^2) dx$

c) $\int x \cos(3x + 2) dx$

4. Rozważmy obszar leżący między osią OX oraz wykresem funkcji $f(x) = x - \sqrt{x + 1}$ dla $x \in [0, 1]$.

- Oblicz pole tego obszaru.
- Oblicz objętość bryły obrotowej powstałej w wyniku obrotu tego obszaru wokół osi OX .

5.

- a) Wyznacz promień zbieżności szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n^2 2^n}.$$

- b) Rozwiąż równanie

$$y' = \frac{x}{y}.$$