Sprawdzian 1: 5 zadań - 3 łatwe, 1 średnie, 1 trudne

Przykładowe zadania

Łatwe:

1. Cenę pewnego towaru podwyższono o 10%. O ile procent należy obniżyć cenę tego towaru, aby wróciła ona do poziomu sprzed podwyżki?

2. Jacek, Gacek i Wacek mają w sumie 27 lat. Gacek jest dwa razy starszy od Jacka i o dwa lata młodszy od Wacka. Podaj wiek każdego z tych chłopców.

3. Rozwiąż nierówność

$$2x^2 < 5x + 3$$

4. Wyznacz dziedzinę funkcji

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 3}$$

5. Oblicz

$$\log_5(2^3 \cdot 5^7 - 2^4 \cdot 5^6) - \log_5(2^{11} + 952)$$

tak, aby wynik był liczbą naturalną.

Średnie:

1. Znajdź wzór paraboli przechodzącej przez punkty (0,3), (1,2), (3,6).

2. Udowodnij, że suma kolejnych liczb nieparzystych (startując od 1) jest kwadratem liczby naturalnej.

3. Rozwiąż nierówność

$$\frac{6x}{x-4} \leq x + 4$$

4. Pierwszy wyraz pewnego ciągu (a_n) jest równy 1, a piąty wyraz tego ciągu jest równy 2.
a) Zakładając, że ciąg (a_n) jest arytmetyczny oblicz a_{10}.
b) Zakładając, że ciąg (a_n) jest geometryczny oblicz a_{10}.

5. Rozwiąż równanie

$$\log_x 2 + \log_2 x = \frac{5}{2}$$

(Nie takie) **Trudne:**

1. Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $x \geq 2$, $y \geq 2$ prawdziwa jest nierówność

$$x + y \leq xy$$

2. Parabola (czyli wykres funkcji kwadratowej) P przecina się z parabolą P' w trzech punktach. Udowodnij, że $P = P'$.

3. Czy liczba

$$3^{2016} - 2^{3024}$$

dzieli się przez 217? Uzasadnij swą odpowiedź.

4. Gospodarz zakupił 12 metrów bieżących siatki w celu zrobienia prostokątnej zagrody przylegajacej do ściany obory. Jakie powinny być wymiary zagrody, aby jej powierzchnia była jak największa? (Uwaga: Za poprawne rozwiązanie tego zadania z użyciem rachunku różniczkowego przysługuje tylko połowa punktów).

5. Podaj przykład trapezu, którego długości boków tworzą rosnący ciąg arytmetyczny.