

Kolokwium 2: 5 zadań - 2 łatwe, 2 średnie, 1 trudne

Przykładowe zadania

Łatwe:

1. Wilk zobaczył zającą w odległości 200 m i zaczął go gonić z prędkością 20 m/s. W tym samym momencie zając zobaczył wilka i zaczął uciekać z prędkością 15 m/s. Po jakim czasie wilk dogoni zającą?
2. W klasie liczącej 30 osób 21 osób uczy się chemii, 12 osób uczy się biologii i 6 osób nie uczy się żadnego z tych przedmiotów. Oblicz ile osób uczy się chemii i biologii.
3. Bogdan dostał podwyżkę 20%, a Stefan tylko 10%. Oblicz, o ile procent należy jeszcze podwyższyć wynagrodzenie Stefana, aby w sumie jego podwyżka była procentowo równa podwyżce Bogdana.
4. Rozwiąż nierówność

$$2|x - 2| \leq x$$

5. Wiedząc, że $\log_2 3 = a$ oraz $\log_2 5 = b$ oblicz $\log_2(1,8)$ (tzn. wyraż ten logarytm przy pomocy a i b)

Średnie:

1. Gdy Anka miała tyle lat, ile Danka ma teraz, to była od niej 2 razy starsza. Gdy Danka będzie miała tyle lat, ile Anka ma teraz, Anka będzie miała 24 lata. Ile lat ma obecnie każda z dziewcząt?
2. Niech $f(x) = 1 - \frac{2}{x}$. Znajdź miejsca zerowe funkcji $f(x^2 - 1)$.
3. Ciąg $(x, 2x, y)$ jest ciągiem arytmetycznym. Ciąg $(x, x+2, 2y)$ jest ciągiem geometrycznym o wyrazach dodatnich. Znajdź x i y .
4. Pewien fundusz inwestycyjny w pierwszym roku działalności uzyskał stopę zwrotu z inwestycji równą 20%. W następnym roku stopa zwrotu była ujemna i wyniosła -10% . W kolejnym roku stopa zwrotu wyniosła 60%. Jaka była średnia roczna stopa zwrotu tego funduszu w przeciągu pierwszych trzech lat jego działalności?
5. Prosta przechodząca przez początek układu współrzędnych ma jeden punkt wspólny z parabolą $y = (x - 2)^2 + 3$. Znajdź równanie tej prostej.

(Nie takie) Trudne:

1. Udowodnij, że dla dowolnych $a, b > 1$ zachodzi nierówność

$$\log_a b + \log_b a > \log_a b \cdot \log_b a.$$

2. Udowodnij, że liczba dzieli się przez 3 wtedy i tylko wtedy, gdy suma jej cyfr dzieli się przez 3.
3. Dwie funkcje liniowe, których wykresy są wzajemnie prostopadłe, przemnożono przez siebie otrzymując funkcję kwadratową o wyróżniku równym 1. Oblicz odległość między pierwiastkami tej funkcji kwadratowej.
4. Rozwiąż nierówność

$$\sqrt{x + 5} \leq x - 1$$

5. Rozwiąż równanie

$$\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = x^2$$