

Imię:

Nazwisko:

1. Czy prawdą jest, że dla wszystkich $a, b \in \mathbb{R}$ (napisz **TAK** lub **NIE**)

a) $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$

b) $\sqrt{a^2 + b^2} = |a| + |b|$

c) $\sqrt{a^2 + b^2} = a$ gdy $b = 0$

d) $\sqrt{a^2 + b^2} = |a|$ gdy $b = 0$

e) $\sqrt{a^2 + b^2} \geq a + b$

f) $\sqrt{a^2 + b^2} \leq a + b$

g) $\sqrt{a^2 + b^2} \geq |a| + |b|$

h) $\sqrt{a^2 + b^2} \leq |a| + |b|$

2. Oblicz granice

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n^3 + 1} + n}{2n\sqrt{n+1}} =$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n}{n - 1} - \frac{n^2}{n + 1} =$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2} =$

d) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \cos(x)}{\sin^2(x)} =$

3. Wielomian $W(x) = ax^3 + bx^2 - 1$ dzieli się przez $(2x + 1)$ (tzn. $W(-\frac{1}{2}) = 0$) oraz spełnia $W(-1) = 2$. Wyznacz ten wielomian (tzn. znajdź a oraz b) i rozwiąż nierówność $W(x) \geq 0$.

4. Rozwiąż równanie dla $x \in [0, 2\pi]$

$$\cos(2x) - 2\cos(x) = -\frac{3}{2}$$

Wsk. Skorzystaj ze wzoru na $\cos(2x)$ i sprowadź powyższe równanie do równania kwadratowego.

5. Naczynie ma kształt walca bez wieczka (np. szklanka) i objętość równą π . Oblicz, jakie powinny być wymiary tego naczynia (tzn. promień podstawy i wysokość) tak, aby jego pole powierzchni całkowitej było minimalne.