

Matematyka Bez Granic



Etap finałowy - 11 marca 2014

- * Rozwiązanie każdego zadania należy przedstawić na osobnym arkuszu odpowiedzi (arkusz formatu A4).
- * Wszystkie, nawet częściowe rozwiązania zadań, zostaną wzięte pod uwagę przez sprawdzających.
- * Staranność wykonania będzie również punktowana.

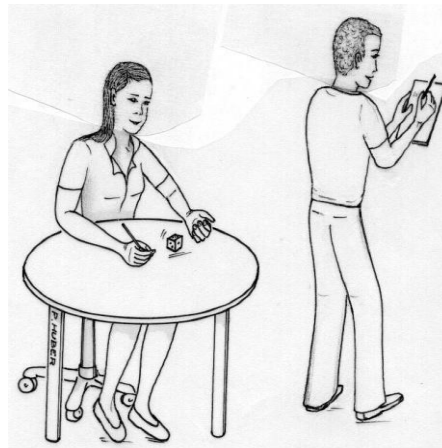
Zadanie 1 (7 punktów) Jedno z wielu

Zredaguj odpowiedź w języku francuskim, niemieckim, angielskim, hiszpańskim lub włoskim używając co najmniej 30 słów.

Claude ha lanzado un dado de seis caras y desafía a su amigo Herbert para que adivine el resultado de su lanzamiento. Herbert tiene que escribir una lista de preguntas en una hoja de papel que dará a Claude. Claude solo contestará a cada una de las preguntas con un sí o con un no. Herbert quiere estar seguro de determinar el resultado del lanzamiento haciendo el menor número posible de preguntas. ¿Cuál es el número mínimo de preguntas que tiene que hacer Herbert? Plantea la lista de preguntas que podría escribir en su hoja. Justifica que esta lista permite encontrar seguro el resultado de su lanzamiento.

Claudia hat einen sechsseitigen Spielwürfel geworfen und stellt nun ihren Freund Herbert vor die Aufgabe, die gewürfelte Augenzahl zu erraten. Herbert soll dazu eine Liste von Fragen auf ein Blatt Papier schreiben, das er Claudia geben wird. Claudia wird jede Frage mit ja oder mit nein beantworten. Herbert möchte mit absoluter Sicherheit die gewürfelte Augenzahl bestimmen, aber so wenige Fragen wie möglich stellen. Wie viele Fragen muss Herbert mindestens stellen? Gebt eine Liste von Fragen an, die er auf sein Blatt schreiben könnte. Begründet, dass diese Liste es ermöglicht, die gewürfelte Augenzahl mit absoluter Sicherheit herauszufinden.

Claude ha lanciato un dado a sei facce e sfida l'amico Herbert a indovinare il risultato del lancio. Herbert deve scrivere una lista di domande su un foglio che passerà a Claude. Claude risponderà a ciascuna domanda solo con un sì o con un no. Herbert vuole individuare il risultato del lancio a colpo sicuro formulando il minor numero possibile di domande. Qual è il numero minimo di domande che Herbert dovrebbe formulare? Proponete una lista di domande che egli potrebbe scrivere sul foglio. Giustificate perché questa lista gli permetterebbe d'individuare a colpo sicuro il risultato.



Claude has just thrown a six-sided dice and set his friend Herbert the challenge of guessing the outcome of the throw. Herbert will write down a list of questions on a sheet of paper and he will give that to Claude. Claude will answer each of these questions with yes or no. Herbert is to work out the result of the throw by asking the smallest possible number of questions. What is the minimum number of questions that Herbert must ask? Provide a list of questions he could write on his sheet. Justify your claim that this list will allow him to determine with absolute certainty the outcome of the throw.

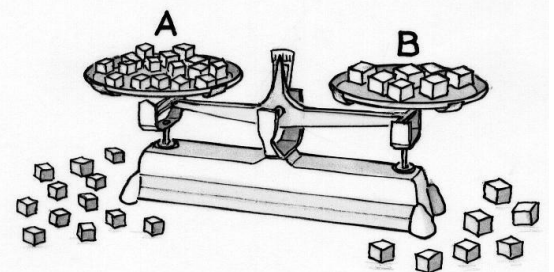
Claude a lancé un dé à six faces et met son ami Herbert au défi de deviner le résultat du lancer. Herbert doit écrire une liste de questions sur une feuille de papier qu'il donnera à Claude. Claude ne répondra à chacune de ces questions que par oui ou par non. Herbert veut déterminer à coup sûr le résultat du lancer en posant le plus petit nombre possible de questions. Quel est le nombre minimal de questions qu'Herbert devra poser? Proposer une liste de questions qu'il pourrait écrire sur sa feuille. Justifier que cette liste permet de trouver à coup sûr le résultat du lancer.

Zadanie 2 (5 punktów) Równowaga

Mikołajek bawi się wagą i małymi wypełnionym kostkami. Wszystkie kostki są wykonane z tego samego materiału.

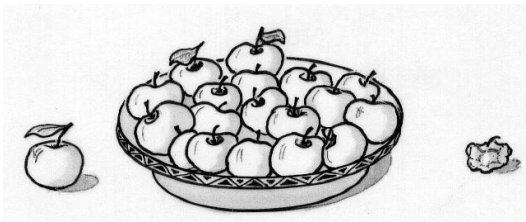
Na szali A kładzie tylko kostki o krawędzi równej 8 mm, a na szali B - tylko kostki o krawędzi równej 12 mm. Próbuje zrównoważyć szalę za pomocą jak najmniejszej liczby kostek.

Ile kostek powinno się znaleźć na szali A, a ile na szali B? Uzasadnij.



Matematyka Bez Granic

Zadanie 3 (7 punktów) Suszone jabłka

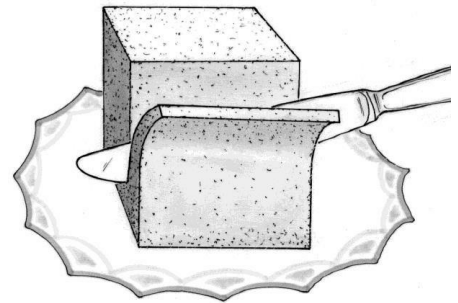


Anna zebrała piękne, soczyste jabłka. Zerwała 5 kilogramów jabłek, składających się w 80% z wody. Zdecydowała, że je ususzy, co sprawi, że część wody wyparuje. Po jakimś czasie jabłka składają się już w 60% z wody. **Ile teraz ważą? Uzasadnij.**

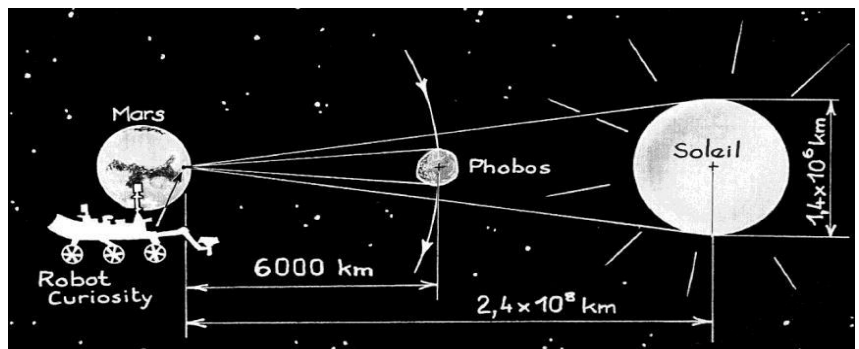
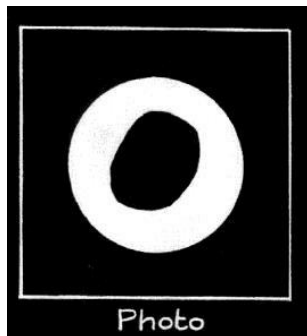
Zadanie 4 (5 punktów) Smacznego

Miron ma piernik w kształcie sześcianu o krawędzi 10 cm. Pierwszego dnia kroi trzy kawałki o grubości 1 cm, dzięki czemu otrzymuje nowy sześcian. Zjada wszystkie trzy kawałki. Następnego dnia i w kolejne dni postępuje w ten sam sposób: kroi i zjada trzy kawałki o grubości 1 cm, dzięki czemu powstaje nowy sześcian.

Podaj objętość ciasta, jaką zjada Miron dzień po dniu. Uzasadnij.



Zadanie 5 (7 punktów) Curiosity !



6 sierpnia 2012 roku na Marsie wylądował łazik Curiosity z NASA. 17 sierpnia 2013 roku udało mu się uwiecznić wyjątkowe wydarzenie: przejście satelity Fobos przed tarczą Słońca. Fobos jest większym z dwóch księżyców krążących wokół czerwonej planety. Przypomina raczej ziemniaka niż kulę! Orbituje na wysokości 6000 km. Jest za mały, żeby zasłonić Słońce.

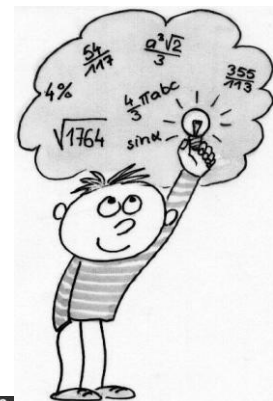
Użyj przedstawionej obok fotografii oraz danych z powyższego schematu, aby oszacować wielkość Fobosa.

Zadanie 6 (5 punktów) Licząc na zwycięstwo

Barnaba lubi matematyczne wyzwania. Zapisał się na konkurs, złożony z wielu zadań. Za prawidłowe rozwiązanie pierwszego zadania otrzymuje się 1 punkt, drugiego - 2 punkty, trzeciego - 3 punkty itd. Barnaba otrzymuje 2014 punktów i wygrywa konkurs.

Nie udało mu się rozwiązać tylko jednego zadania.

Którego zadania nie rozwiązał Barnaba? Uzasadnij.

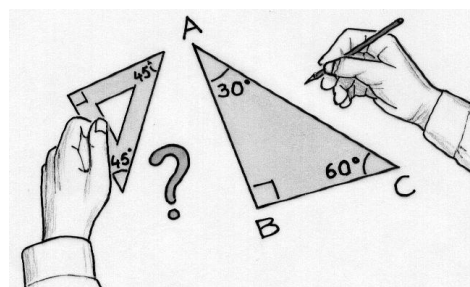


Matematyka Bez Granic

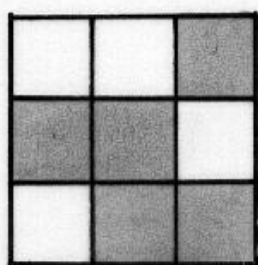
Zadanie 7 (7 punktów) Ekieryka do wszystkiego

Sasza ma do dyspozycji ołówek i ekierykę bez podziałki stopniowej, mającą kąt prosty i dwa kąty o mierze 45° .

W jaki sposób może wyznaczyć dwusieczne w trójkącie o kątach 30° , 60° i 90° za pomocą tych przyrządów? Uzasadnij wszystkie konstrukcje.



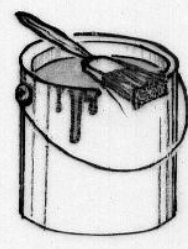
Zadanie 8 (5 punktów) Zrobione na szaro



2	3	1
2	4	4
3	3	2

A oto drugi kwadrat z liczbami.

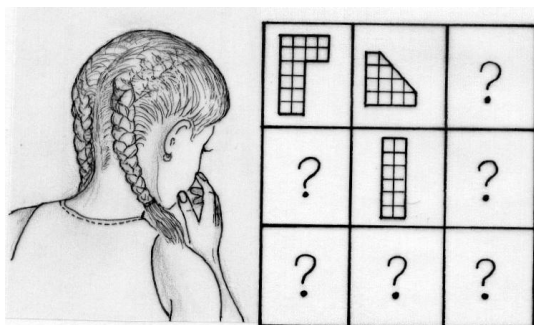
2	2	2	1
1	4	2	2
1	3	2	3
0	1	2	1



Oto kwadrat z szarymi kratkami. Obok przedstawiono pasujący do niego kwadrat - w każdej kratce podano informację na temat liczby sąsiadujących z nią szarych kratek (wspólny bok lub wierzchołek).

Narysuj kwadrat z szarymi kratkami, odpowiadający drugiemu kwadratowi z liczbami.

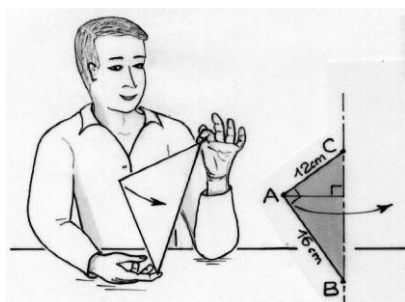
Zadanie 9 (7 punktów) Magiczny geometryczny kwadrat



Ulubiona gra Julii jest złożona z 9 elementów. Każda część ma swoje miejsce w pudełku. Niestety, pozostały tylko trzy przedstawione obok elementy. W miejsce brakujących elementów Julia postanawia stworzyć nowe. Łącząc trzy elementy z tego samego wiersza, kolumny lub przekątnych, można za każdym razem stworzyć kwadrat. Wszystkie otrzymane w ten sposób kwadraty mają jednakowe wymiary. Dozwolone jest przekraczanie figur.

Znajdź i ułóż w pudełku kształty 6 zagubionych elementów

Zadanie 10 (10 punktów) Sztuczki ekieryki

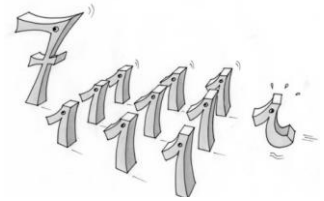


Łukasz bawi się ekieryką o przyprostokątnych 12 i 16 centymetrów. Trzyma ekierykę palcami wskazującymi za dwa wierzchołki i kręci nią. Obrót ekieryki wzdłuż jednego z boków tworzy bryłę. W zależności od tego, które wierzchołki wybiera, otrzymuje trzy różne bryły. Ponieważ powierzchnia ekieryki nie zmienia się, więc Łukasz stwierdza, że co najmniej dwie z brył mają jednakowe objętości. Czy Łukasz ma rację? Uzasadnij. Przedstaw rzut ukośny wszystkich trzech brył.

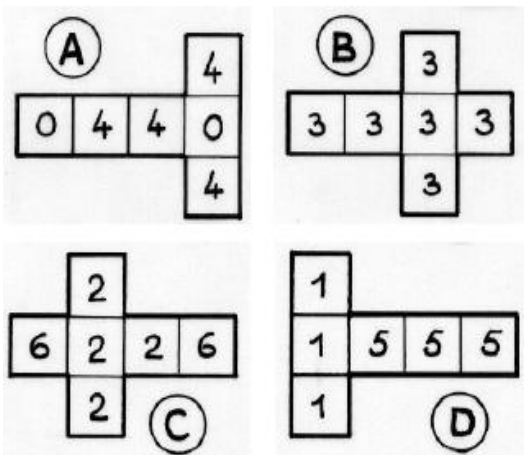
Zadania specjalne dla pierwszej klasy szkoły ponadgimnazjalnej

Zadanie 11 (5 punktów) Horda jedynek

Karolina znalazła najmniejszą wielokrotność liczby 7, zapisaną tylko za pomocą jedynek. Teraz myśli o liczbie naturalnej N zapisanej za pomocą 2014 jedynek. Zastanawia się, jaka będzie reszta z dzielenia liczby N przez 7, Jaką wielokrotność liczby 7 znalazła Karolina? Znajdź resztę z dzielenia liczby N przez 7. Uzasadnij swoje odpowiedzi.



Zadanie 12 (7 punktów) Niezłe zagranie



Lena i Jan kłócą się o ostatni kawałek przepysznego placzka babci.

Lena proponuje, żeby spór rozstrzygnąć dzięki grze w kości. Mówi: „Oto cztery przygotowane przeze mnie kostki. Wybierasz jedną dla siebie. Potem ja wybiorę i rzucamy. Placzek zje ten, kto wyrzuci najlepszy wynik.”

Jan się zgadza.

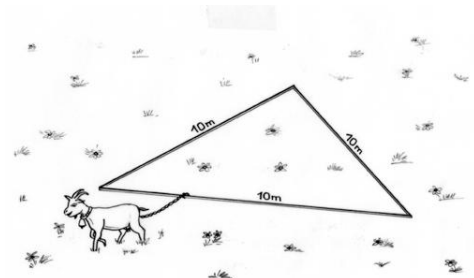
Lena myśli sobie: „Niezależnie od wyboru Jana, jeśli teraz wybiorę dobrą kostkę, będę miała większe szanse na wygraną.”

Wyjaśnij strategię Leny i oblicz prawdopodobieństwo wygranej dla każdego przypadku.

Zadanie 13 (10 punktów) Co za wypas! (wyłącznie dla 1. klas ogólnych i technicznych)

Inżynier Marc Seguin umocował w swoim ogródku szynę w kształcie trójkąta równobocznego o boku 10 metrów. Jego koza jest uwiązana na łańcuchu, który przesuwają się wzdłuż szyny i pozwala jej na wypasanie się na odległość dwóch metrów z jednej i z drugiej strony szyny.

Narysuj trójkątną szynę w skali 1:100 i zaznacz kolorem strefę, w której może się wypasać koza. Oblicz powierzchnię pola, na którym może się wypasać.



Zadanie 13 (10 punktów) Coraz wyżej (wyłącznie dla 1. klas zawodowych)

W stolicy odległego kraju co roku jest stawiany jeden budynek.

Budynek postawiony w danym roku musi mieć o jedno piętro więcej od budynku postawionego w roku poprzednim. Pierwszy budynek ma niewielką liczbę pięter. Pod koniec 2013 roku suma pięter wszystkich budynków jest równa 2013. Jaka jest liczba pięter budynku postawionego w 2013 roku? W którym roku wybudowano pierwszy budynek? Uzasadnij. (Uznaje się rozwiązanie zadania zrealizowane za pomocą arkusza kalkulacyjnego.)

