ARYTMETYKA 2019, Lista nr 1

Zadania w pewnej części wzięte z książki Bobińskiego, Nodzyńskiego i Usckiego ' Koło matematyczne w szkole podstawowej'.

1. Pokazać, że wśród dziesięciu liczb naturalnych jest ich pewna niezerowa ilość o sumie podzielnej przez 10.

2. Pokazać, że wśród $n+1$ liczb naturalnych mniejszych od $2n$ jest taka, która jest sumą dwóch innych.

3. Czy liczba postaci 111...1 może być podzielna przez 2017? (wsk. Oblicz 11111....1 a następnie działaj w Z_{2017})

4. Czy dla każdego n istnieje liczba składająca się tylko z zer i jedynek i podzielna przez n?

5. Czy iloczyn czterech kolejnych liczb pierwszych może być podzielny przez 10?

6. Znaleźć wszystkie cyfry a, b takie, że $a + \overline{bbbb} = \overline{abbbb}$, gdzie np. $\overline{39}$ to 39.

7. Znaleźć n które jest 3 razy większe niż suma jego cyfr.

8. Ile co najwyżej może być liczb pierwszych wśród dziesięciu kolejnych liczb naturalnych?

9. Podać wszystkie liczby siedmiocyfrowe podzielne przez 12, składające się tylko z $2, 3,$ i takie, że dwójek jest więcej.

10. Wyznaczyć wszystkie liczby dwucyfrowe o maksymalnej liczbie dzielników.

11. Znaleźć wszystkie podstawienia cyfr od 0 do 9 za parami różne litery, aby zachodził wzór ze ściany Instytutu:

MATMA+STUDIA=SUKCES.

12.Znaleźć wszystkie naturalne m, n, aby $2nm = 5(m+n)$.

13. Znaleźć wszystkie cyfry a, b, że $\overline{ab} \mid a \cdot b$.

14. Znaleźć wszystkie liczby $n = \overline{a_k a_{k-1} ... a_0} = 4\overline{a_0 a_k a_{k-1} ... a_1}$.

15. Rozwiązać $1 - (2 - (3 - ... - (2007 - x)...)) = 1000$.

16. Czy liczba trzystucyfrowa składająca się ze stu zer, stu jedynek i stu dwójek może być kwadratem liczby naturalnej?

17. Pokazać, że $(x+y)(x+z)(y+z) = 400$ nie ma rozwiązań w liczbach naturalnych.

18. Znaleźć liczby postaci $\overline{a43b}$ podzielne przez 45.
19. Rozpisać na iloczyn liczb pierwszych liczbę 1729.
20. Podać wszystkie całkowite rozwiązania równania $42x + 98y = 1470$.
21. Rozstrzygnąć dla jakich naturalnych n równanie
$(n^2+3)x + (n^2-7)y = 5n$
ma całkowite rozwiazanie x, y.
22. Obliczyc resztę z dzielenia 3^{27} przez 60.
23. Rozwiązać układ kongruencji:
$x \equiv 13(mod 15); x \equiv 17(mod 21)$.
24. Znaleźc wszystkie trójkąty prostokątne o naturalnych długościach
boków, których jeden z boków ma długosc 5.
25. Znaleźć wszystkie liczby $\overline{a_0 a_1 .... a_9}$ takie, że a_n oznacza ilość cyfr n w tej liczbie.

26 lutego 2019

T.Pezda