

## Arytmetyka 2020, lista nr 8

1. Rozwinąć w ułamek łańcuchowy liczbę  $\xi = \frac{37-\sqrt{5}}{22}$ .

Wsk. Każda niewymierność kwadratowa ma okresowe rozwinięcie w ułamek łańcuchowy, więc proszę śledzić czy któraś z wartości  $\xi_n$  się wcześniej nie pojawiła.

2. Używając ułamki łańcuchowe podać rozwiązanie równania  $132x - 401y = -1$  z najmniejszym dodatnim  $x$ .

3. Używając algorytm Euklidesa podać wszystkie rozwinięcia liczby  $\frac{971}{258}$  w ułamek okresowy.

4. Obliczyć  $[7; \overline{4, 5}]$ .

5. Funkcję  $f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{C}$  nazywamy multiplikatywną jeśli  $f(ab) = f(a)f(b)$  dla względnie pierwszych  $a, b$ . Niech  $\mu$  będzie funkcją multiplikatywną spełniającą:

$\mu(1) = 1$ ;  $\mu(p) = -1$  dla każdej liczby pierwszej  $p$ ;  $\mu(p^k) = 0$  dla dowolnej liczby pierwszej  $p$  i dowolnego  $k \geq 2$ .  $\mu$  nazywamy funkcją Mőbiusa.

Pokazać, że  $\sum_{d|n} \mu(d) = 0$  dla  $n > 1$ .

6. Wykorzystując własności  $\mu$  obliczyć do czego  $(\text{mod } p)$  przystaje suma pierwiastków pierwotnych  $(\text{mod } p)$ . Przykładowo dla  $p = 5$  mamy  $2 + 3 \equiv 0 \pmod{5}$ , zaś dla  $p = 7$  mamy  $3 + 5 \equiv 1 \pmod{7}$ .