Lista zadań nr 8 dla ch. med.

1. Znaleźć ekstrema lokalne funkcji $x^2 + 3y^2 - 2xy - 8x$.

2. Całkując przez części oblicz:

   a) $\int_1^2 \frac{\log_e x}{x^5} dx$, wsk. $f' = 1, g = \log_e(x^2 + 1)$;

   b) $\int_0^1 \log_e(x^2 + 1) dx$, wsk. $f' = 1$;

   c) $\int x^2 e^x dx$.

3. Całkując przez podstawienie oblicz:

   a) $\int \frac{dx}{x(\log_e x)^3}$, wsk. $t = \log_e x$,

   b) $\int \frac{x dx}{\sqrt{2-x}}$, wsk. $t = 2 - x$,

   c) $\int \frac{e^{3x}}{e^{2x}-1}$, wsk. $t = e^x$,

   d) $\int_0^1 4xe^{x^2-1} dx$.

4. Wokół osi OX obrócono elipsę $y^2 + 4x^2 = 1$. Jaka jest objętość otrzymanej figury obrotowej, czyli elipsoidy?

5. Znaleźć funkcję $y(x)$ spełniającą

$$y''(x) - 4y(x) - 2x = 0, \ y(1) = 1, y'(1) = 2.$$

   Oblicz $\lim_{x\to\infty} y(x)$.

6. W momencie zerowym ciało ma temperarturę 100 stopni C, zaś temperatura otoczenia to 0 stopni C. Po godzinie temperatura ciała wynosiła 50 stopni. Po ilu minutach temperatura ciała będzie wynosiła 10 stopni. Przypomnijmy, że działa prawo Newtona, które mówi że szybkość zmiany temperatury jest proporcjonalna do różnicy temperatury ciała i otoczenia.

7. Domnażając przez odpowiedni czynnik całkujący rozwiązać
   a) $y' + 3y = e^{-3x}, y(0) = 2$;
   b) $y' = 4xy + x, y(1) = 1$.
8. Metodą rozdzielonych zmiennych rozwiązać :
   a)$y' = \frac{2x}{y}, y(1) = 1$,
   b) $2xy'(x) + y(x)^2 = 1$.
9. Po upływie 4 lat ze 100 g substancji radioaktywnej pozostało 20 g. Jaki jest czas połowicznego rozpadu tej substancji?
10. Holmes znalazł ofiarę zabójstwa o 22. Temperatura zwłok wynosiła wtedy 27 stopni. Po pół godzinie Watson zmierzył 25 stopni. Użyj prawa Newtona do znalezienia godziny morderstwa. Jak zmieniłaby się godzina morderstwa gdyby ofiara miała gorączkę 40 stopni?
11. Oblicz $\int \frac{2x^2+1}{x^2-3x} dx$.
12. Oblicz pole obszaru pomiędzy krzywą $y = x^2 - x$ oraz osią OX.