

## Lista zadań nr 4 dla chemii med. 2020

1. Wylicz  $f \circ f$ ,  $f \circ g$ ,  $f \circ g \circ f$ ,  $g \circ f$  dla  $f(x) = 2x$ ,  $g(x) = x^2$ .
2. Oblicz granice funkcji w punkcie:
  - a)  $\frac{\sin x}{x^3+1}$  w 10, b)  $\frac{2x^2-1}{3x-x^2}$  w  $-\infty$ , c)  $\frac{x^4}{(x+3)^5-(x-1)^5}$  w  $-\infty$ , d)  $\frac{x^2+1}{x-1}$  w 1, 1-, 1+, e)  $\frac{x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$  w 0, f)  $\frac{3}{1-x^3} - \frac{2}{1-x^2}$ , w 1 g)  $\frac{x^3-5x^2+8x-4}{x^4-8x^2+16}$  w 2, h)  $(\frac{2x-3}{2x-6})^{3x}$  w  $-\infty$ , i)  $\frac{\sqrt[5]{x^{15}-2x^{14}}}{\sqrt{x^6+2x}}$  w  $-\infty$ , j)  $\frac{\sin(2x^2)}{x^3+x^2}$  w 0, k)  $\frac{1-4^x}{1-2^x}$  w 0, l)  $\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-x}$  w  $\infty$ . m)  $\frac{2^x+3^x}{2 \cdot 3^{x-2}}$  w  $\infty, -\infty$ , n)  $\frac{\tan(3x)}{2x}$  w 0, o)  $\frac{\tan(4x)}{\tan(3x)}$  w 0, p)  $\frac{\sin(-3x)}{2x}$  w 0.
3. Znajdź asymptoty w  $\infty, -\infty$  funkcji: a)  $\frac{x^3}{x^2-1}$ , b)  $\sqrt{4x^2-x}$ .
4. Pokaż, że nie istnieje granica  $\lim_{x \rightarrow 1} 2^{\frac{1}{x-1}}$ , choć istnieją granice jednostronne.
5. Niech  $f(x)$  będzie dana wzorem:  
 $f(x) = ax + b$  dla  $x \leq -1$ ;  $f(x) = x^2 - b$  dla  $-1 < x < -0.99$ ; oraz  $f(x) = 2a - x$  dla  $x \geq -0.99$ . Znaleźć  $a, b$  aby  $f(x)$  była ciągła.
6. Korzystając z tw. o trzech funkcjach obliczyć granice
  - a)  $(x^2 - 1) \sin(x^2 + 10)$  w 1,
  - b)  $\log_3(x - 1) \sin(1223(x - 2)^{-2})$  w 2.
7. Znaleźć  $a, b$  aby funkcja  $f$  dana wzorem:  $f(x) = \frac{\sin(3x)}{4x}$  dla  $x < 0$ ,  $f(x) = ax + b$  dla  $0 \leq x \leq 1$ , oraz  $f(x) = 2^x - a$  dla  $x > 1$  była ciągła.
8. Oblicz pochodne funkcji:
  - a)  $x^4 - 20x$ , b)  $\frac{x^2-3}{x^3+2}$ , c)  $(x^2 - 1) \sin x$ , d)  $\frac{x \tan x}{1+\sin x}$ ,
  - e)  $\sin(2x^2 - 1)$ , f)  $\arcsin(x^2 - 1)$ , g)  $\ln \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ , h)  $\sin(e^{3x^2-x}) \ln(x^2 + 2)$ , i)  $2^{3^{4^x}}$ , j)  $(x^2 - 3)^7(x - 1)^4$ , k)  $\log_{x^3-2}(x^2 - 4)$ , l)  $(\tan x)^{x^2}$ , m)  $\tan(3x + 100)$ , n)  $\tan(\arctan x)$ .
9. Dla  $f(x) = (x^2 + 1)^4$  oblicz  $f'(1), f''(1), f'''(1)$ .