

Lista zadań nr 5 dla chemii med. 2020

1. Rozwiązać metodą wyznaczników układy

a) $2x - 3y = 4, 3x + 2y = 5;$

b) $x + 2y - 4 = 0, -y + 2x + 3z = 12, 4x + 3z = 17.$

2. W zależności od parametru a rozwiązać układ równań:

$$ax + y = 2, x + ay = -2.$$

3. Przy pomocy wyznaczników oblicz pole trójkąta o wierzchołkach $(1, 2), (7, 8), (6, 13)$.

4. Zbadać przebieg zmienności funkcji

a) $x^3 - 2x^2 + x + 1,$ b) $x^2e^{-x},$ c) $x^3 - 6x^2,$ d) $\frac{x+1}{x^2-4},$ e) $\sqrt{\frac{x+1}{x^2-4}}.$ Po zrobieniu d) można nietrudno zrobić punkt e).

5. Przez który punkt osi OY przechodzi styczna do wykresu funkcji $y = x^2 - x + 1$ w punkcie $(6, 31)$?

6. Znaleźć punkty wykresu paraboli $y = x^2$ przez które przeprowadzona styczna do wykresu przechodzi przez punkt $(1, -7)$.

7. Stosując regułę de L'Hospitala rozwiązać jeszcze raz wybrane przykłady z zad. 2 listy zadań nr 4.

8. Znaleźć największą i najmniejszą wartość funkcji $x^3 - 3x^2$ na

a) $[-1, 5],$ b) $[-1, 3],$ c) $[1, 7].$

9. Z prostokątnej kartki papieru o wymiarach $a \times 2a$, w czterech rogach wycięto kwadraty $x \times x$. Następnie dokonano czterech zgięć, i otrzymano w ten sposób prostopadłościenną pudełko bez góry. Dla jakiego x otrzymane pudełko będzie miało największą objętość?

wsk. podobne zadanie było na na wykładzie.

10. Podstawa i wieko walca wykonane są z materiału o cenie 100 zł za metr kwadratowy, zaś powierzchnia boczna z materiału o cenie 200 zł za metr kwadratowy. Jakie powinny być parametry walca o objętości metra sześciennego aby koszt jego wykonania był najmniejszy?

11. Korzystając z reguły de L'Hospitala oblicz granice:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{10}}{e^x}$, b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin(2x)}$, c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^{0,00001}}$, d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{x^2}}{\tan(2x^2)}$, e) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{1/x} - 1)$, f) $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x$.

12. Znajdź przedziały monotoniczności oraz ekstrema lokalne (jeśli się da to dwoma sposobami-jeden to analiza przedziałów monotoniczności, drugi to obliczenie drugiej pochodnej w odpowiednim punkcie) dla funkcji:

a) $x^3 - 6x^2 + x$, b) $(x^2 + 1)e^{-x}$, c) $\frac{x^2+1}{x-1}$.

13. Oblicz pochodną funkcji $(\ln x)^x$.

14. Drut o długości 1 m podzielono na dwie części; z jednej zbudowano kwadratową ramkę, a z drugiej okrąg. Jaka powinna być długość każdej części, aby suma pól figur ograniczonych drutem była najmniejsza, największa?