

Lista zadań nr 7 dla ch. med. 2020

1. Ciało porusza się po prostej, a jego prędkość w chwili t to $v = 3t^2$. Oblicz drogę przebytą przez to ciało w drugiej i czwartej sekundzie ruchu.
2. Rozwiązać poniższe równania różniczkowe z warunkiem początkowym:
 - a) $y'' - y = 0; y(0) = 3, y'(0) = 1;$
 - b) $y'' + 5y' + 4y = 0; y(0) = 1, y'(0) = 1$. Oblicz granicę $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x);$
 - c) $y''' - y'' = x^2; y(0) = 1; y'(0) = 2; y''(0) = 3.$
3. Metodą rozdzielonych zmiennych rozwiązać
 - a) $y'(x) = \frac{2x}{y(x)}; y(1) = 1;$
 - b) $y' = \frac{e^x}{e^y}; y(0) = \log_e 2.$
4. Współczynnik propagacji plotki spełnia prawo Gompertza:

$$\frac{dN}{dt} = Ne^{-0.5t},$$

gdzie $N(t)$ oznacza liczbę osób, które usłyszały plotkę po czasie t . Oblicz $N(t)$, jeśli plotkę znało na początku 200 osób, a następnie oblicz

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N(t).$$

Co ta wielkość oznacza?

5. Po upływie 4 lat ze 100g substancji radioaktywnej pozostało 20g. Jaki jest czas połowicznego rozpadu tej substancji?

Określ jaki procent 100g radu rozpadnie się po 200 latach, jeśli wiadomo, że jego czas połowicznego zaniku wynosi 1590 lat.

6. Domnażając przez czynnik całkujący rozwiązać

$$y' - \frac{1}{x}y = \frac{9}{x^3}; y(2) = 3.$$

7. Znaleźć ekstrema lokalne funkcji $x^2 + 3y^2 - 2xy - 8x$.

8. Wiadomo, że szybkość zmian temperatury $T(t)$ danego ciała jest proporcjonalna do różnicy między temperaturą tego ciała i temperaturą otoczenia (prawo Newtona). Załóżmy, że w momencie 0 ciało ma temperaturę $T(0) = 100^\circ C$ w temperaturze otoczenia $20^\circ C$. Po dziesięciu minutach temperatura ciała wynosiła $60^\circ C$. Po ilu minutach temperatura ciała wyniesie $25^\circ C$?