KONSTRUKCJE GEOMETRYCZNE I ELEMENTY TEORII GALOIS
Lista zadań nr 1.

1. Mając dane odcinki o długościach a, b, c skonstruować przy pomocy cyrkla i linijki trójkąt o bokach a, b, c.
   Jaki warunek muszą spełniać a, b, c, aby istniał taki trójkąt? Kiedy istnieje trójkąt o wysokościach h_1, h_2, h_3?

2. Przy pomocy cyrkla i linijki podzielić odcinek na 7 równych części.

3. Podać konstrukcję (przy pomocy cyrkla i linijki) prostej przechodzącej przez dany punkt P i równoległej do danej prostej L.

4. Przypomnieć tw. Talesa i tw. odwrotne do tw. Talesa.

5. Zbudować (przy pomocy cyrkla i linijki) trójkąt mający dane dwie długości boków i jeden z kątów (może leżeć między tymi bokami ale nie musi).

6. Podobnie jak w zadaniu 5 – mając dany bok i dwa kąty.

7. Za pomocą samego cyrkla skonstruuj wierzchołki kwadratu i sześciokąta foremnego.

8. Dla jakich $0 < n < 360$ można kąt n stopni podzielić na n równych części?

9. Pokazać, że $\sqrt{2} \notin Q$. Zrobić to na trzy sposoby.

   pierwszy: Zapisać $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$, a następnie rozważać parzystość m, n.

   drugi: Szukać przy pomocy znanego tw. ze szkoły wymiernych pirrwiastków równania $X^2 - 2 = 0$.

   trzeci: Zapisać $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$ z najmniejszym naturalnym n. Potem pokazać, że $\sqrt{2} = \frac{2n-m}{m-n}$, przy $0 < m - n < n$, a to już daje sprzeczność.

10. Pokazać, że $\sqrt{3}$ jest niewymierny rozumując jak w trzecim sposobie z poprzedniego zadania, ale na końcu rozważając $\frac{3n-m}{m-n}$.

11. Czy podobna sztuczka jak w poprzednim zadaniu zadziała dla $\sqrt{5}$?

12. Niech dane będą punkty $(0, 0), (2, 4), (21, 3), (-11, 4)$. Czy przy ich pomocy (i samej linijki) można skonstruować punkt $(\sqrt{2}, 1)$?

13. Wyprowadzić wzór na $\cos(5\alpha)$, albo na piechotę albo korzystając ze wzoru de Moivre'a.

14. Mając pustą kartkę, jaki najmniejszy kąt n° (n liczba naturalna) potrafisz skonstruować przy pomocy cyrkla i linijki.

15. Pokazać, że nie istnieje niezerowy układ liczb wymiernych $(a, b.c)$ że zachodzi $a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3} = 0$.

19 lutego 2019 — Tadeusz Pezda