

1. Czy przy pomocy cyrkla i linijki jest wykonalna konstrukcja trójkąta o dwóch bokach długości a, b i promieniu koła wpisanego r (odcinki o długościach a, b, r mamy do dyspozycji)? Co będzie gdy zamiast r weźmiemy R - promień koła opisanego?

Wsk. Użyć wzoru Herona oraz wzoru na pole koła używającego promienia koła wpisanego. Potraktować trzeci bok c jako szukany. Otrzymamy wtedy pewne równanie stopnia trzeciego.

2. Niech kąt α spełnia $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$. Czy α można cyrklem i linijką podzielić na trzy równe części?
3. Podobnie jak w zad. 2, ale dla $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}$.

4. Niech $p > 2$ będzie liczbą pierwszą. Napisać formułę na $\cos(p\beta)$ w terminach $\cos \beta$. Wskazać taką liczbę $\cos \beta$, że kąt β nie można cyrklem i linijką podzielić na p równych części. Jeśli nie da rady zrobić ogólnie to można dla $p = 7, 11$.

Wsk. Wykorzystać fakt, że symbol Newtona $\binom{p}{k}$ jest podzielny przez p dla $k = 1, 2, \dots, p - 1$ (dla liczby pierwszej p).

5. Wywnioskować z zad. poprzedniego, że jeśli liczba naturalna n ma tą własność, że dowolny kąt można cyrklem i linijką podzielić na n równych części to n jest potęgą dwójki.
6. Czy wykonalna jest konstrukcja trójkąta o bokach a, b i wysokości h (są trzy możliwości na położenie wysokości).
7. Pokazać, że kąt ϕ jest podzielny na dwanaście równych części przy pomocy cyrkla i linijki wtedy i tylko wtedy gdy $4X^3 - 3X - \cos \phi$ jest rozkładalny nad $Q(\cos \phi)$.
8. Pokazać, że kąt 3° jest konstruowalny (tzn. konstruowalny z najmniejszego możliwie zbioru, czyli $\{0, 0\}, (0, 1)\}$) przy pomocy cyrkla i linijki. Wsk. Konstruowalność kąta 1° dałaby konstruowalność kąta 20° , a wtedy trysekcja kąta 60° byłaby wykonalna.
9. Pokazać, że kąt n° jest podzielny przy pomocy cyrkla i linijki na n równych części wtedy i tylko wtedy gdy 3 nie dzieli n .