

POPRAWA KARTKÓWKI K5. indeks: imię:nazwisko:
 Proszę TYLKO zrobić rysunki (samodzielnie, odręcznie) do następujących zadań:

1 (8p). Niech W oznacza czworościan o wierzchołkach $(0, 0, 0)$, $(4, 3, 0)$, $(4, 0, 0)$, $(0, 0, 6)$ o stałej gęstości równej 7. Wyznacz jego energię kinetyczną, gdy kręci się w stałym tempie 5 obrotów na sekundę wokół prostej zawierającej jego najkrótszą krawędź.

rys. a) płaski przekrój W płaszczyzną $z = 0$ **rys. a')** płaszczyzną $y = 0$
rys. b) widok W w perspektywie (dodatnie półosie ox , oy , oz)

b) $V = W \cap K$, gdzie W jest walcem o wysokości $\{0\} \times \{0\} \times [1, 9]$ i promieniu podstawy 2 i K jest kulą o środku w $(0, 0, 5)$ i promieniu 3

$$\int \int \int g(r \cos \varphi, r \sin \varphi, h) \cdot r \, dh \, dr \, d\varphi$$

rys. a) przekrój V płaszczyzną $y = 0$ **rys. a')** płaszczyzną $z = 5$

c) $V = \{(x, y, z) : 1 \leq x^2 + y^2, \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 2y\}$

$$\int \int \int g(r \cos \varphi, r \sin \varphi, h) \cdot r \, dh \, dr \, d\varphi$$

rys. a) przekrój V płaszczyzną $z = 0$ **rys. a')** płaszczyzną $x = 0$

3 (3·5p) . (bez uzasadnienia) Zapisz $\iiint_V g(x, y, z) d\omega$ jako całkę iterowaną w układzie cylindrycznym uzupełniając granice całkowania (w odpowiedniej kolejności!), gdy:

a) $V = \{(x, y, z) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, \quad y\sqrt{3} \geq x, \quad z^2 \leq 9\}$

$$\int \int \int g(r \cos \varphi, r \sin \varphi, h) \cdot r \, dh \, dr \, d\varphi$$

rys. a) przekrój V płaszczyzną $z = 0$ **rys. a')** płaszczyzną $y = 0$

4 (2 · 10p). (z uzasadnieniem) Oblicz 'do końca':

a) objętość bryły $B = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + (z - 6)^2 \leq 25 \wedge z \leq 5 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$

rys. a) przekrój B płaszczyzną $y = 0$ **rys. b)** rzut B na płaszczyzną $z = 0$