

d2z indeks: imię: nazwisko:

Zadania są w wersjach a) i b) (b) będzie wyżej punktowana); należy robić tylko jedną z nich.

1. Oblicz całkę niewłaściwą albo uzasadnij jej rozbieżność $\iint_{\substack{x^2+y^2 \geq 1 \\ x, y \geq 0}} \frac{\ln(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^p} d\omega$

a) gdy $p = 2$ i gdy $p = 3$

b) gdy $p = \frac{4}{3}$ i gdy $p = \frac{7}{3}$

2. Niech L będzie okręgiem o promieniu 7 i K_n będzie brzegiem n -kąta foremnego wpisanego w L skierowanym dodatnio. Oblicz $\int_{K_n} \left(\frac{-y}{x^2+y^2} \right) dx + \left(\frac{x}{x^2+y^2} + x \right) dy$, gdy

a) $L = \{(x, y) : (x - 8)^2 + y^2 = 14y\}$ i $n = 4$

b) $L = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 49\}$ i $n = 6$

3. (Tu Ziemię traktujemy jak sferę = powierzchnię kuli). Równoleżnik 0 (= równik) dzieli Ziemię na dwie części o równych polach.

a) Znaleźć trzy równoleżniki, które dzielą Ziemię na cztery części o równych polach.

b) Znaleźć dwa równoleżniki, które dzielą Ziemię na trzy części o równych polach.

4. a) Niech $P = \{(x, y, 0) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ i $s =$ odcinek o końcach $(0, -1, 0), (0, 1, 0)$. Znaleźć objętość bryły V utworzonej następująco: każdą cięciwę c koła P równoległą do s zastępujemy kwadratem o przekątnej c , prostopadłym do P .

4. b) Niech $P = \{(x, y, 0) : |y| \leq 1 - x^2\}$ i $s =$ odcinek o końcach $(0, -1, 0), (0, 1, 0)$. Znaleźć objętość bryły V utworzonej następująco: każdą cięciwę c zbioru P równoległą do s zastępujemy kołem o średnicy c , prostopadłym do P .