

ANALIZA MATEMATYCZNA A3, 10.X DODATKI BIEGUNOWE/POLARNE

(ZA) BARDZO DUŻO POLARNYCH ĆWICZEŃ

1. Znajdź współrzędne kartezjańskie punktu o podanych współrzędnych biegunowych

a) $(3, \pi/4)$ b) $(2, -\pi/6)$ c) $(3, 7\pi/3)$ d) $(5, 0)$ e) $(2, \pi/2)$ f) $(\pi/2, 2)$

g) $(-2, \pi/2)$ h) $(1, 3\pi/2)$ i) $(3, -5\pi/6)$ j) $(1, 1)$ k) $(-1, 1)$ l) (e^2, π)

1⁻¹. Znajdź współrzędne biegunowe punktu o podanych współrzędnych kartezjańskich. (Podaj wszystkie możliwości.)

a) $(3, 3)$ b) $(4, -4)$ c) $(0, 5)$ d) $(-4, 0)$ e) $(3, 3\sqrt{3})$ f) $(-1/3, \sqrt{3}/3)$

g) $(-3, \sqrt{3})$ h) $(-2\sqrt{3}, 2)$ i) $(0, 0)$ j) $(-5\sqrt{3}, -5)$ k*) (r, φ)

2. Zapisz równanie we współrzędnych biegunowych w postaci $r = f(\varphi)$

a) $2x + 3y = 4$ b) $y^2 = 4x$ c) $x^2 + 9y^2 = 1$ d) $9x^2 + y^2 = 4y$

e) $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$ f) $x^2 + y^2 = 2x$ g) $x^2 + y^2 = 4y$ h) $y^2 = \frac{x^3}{2-x}$

2⁻¹. Zapisz równanie we współrzędnych kartezjańskich

a) $r = 5$ b) $r = 3 \cos \varphi$ c) $\operatorname{tg} \varphi = 6$ d) $\operatorname{ctg} \varphi = 3$

e) $r \cos \varphi = 3$ f) $r = \sin 2\varphi$ g) $r = 2 \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi$

3. Które pary równań opisują ten sam zbiór?

a) $r = 1 + \cos \varphi, \quad r^2 = r + r \cos \varphi$

b) $r = 2 + \cos \varphi, \quad r^2 = 2r + r \cos \varphi$

4. Naskicuj zbiór opisany we współrzędnych biegunowych (czasami warto przejść do współrzędnych kartezjańskich)

a) $r = 5$ b) $r = -2$ c) $r = 0$ d) $\varphi = 3\frac{\pi}{2}$ e) $\varphi = -\frac{7\pi}{6}$ f) $|\varphi| = \frac{\pi}{3}$

g) $r \sin \varphi = 5$ h) $r = 2 \sin \varphi$ i) $r = -3 \cos \frac{\varphi}{2}$ j) $r \sin(\varphi - \frac{\pi}{2}) = 3$

$$\mathbf{k)} r \cos(\varphi + \frac{\pi}{4}) = -2 \quad \mathbf{l)} r(\sin \varphi + \cos \varphi) = 1 \quad \mathbf{m)} \frac{2}{r} = 3 \cos \varphi - 2 \sin \varphi$$

$$\mathbf{n)} 2 < r \leq 3 \quad \mathbf{o)} \frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{7\pi}{6} \quad \mathbf{p)} 2 < r \leq 3 \vee \frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{7\pi}{6}$$

$$\mathbf{q)} 1 < r \leq 2 \wedge \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3} \quad \mathbf{r)} r \in (0, 1) \wedge 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3} \quad \mathbf{q)} 1 < r \vee \varphi \in (0, \frac{\pi}{4}]$$

4'. Jak w zad. 4 (tu trochę trudniejsze przykłady)

$$\mathbf{a)} r = 1 - \sin \varphi \quad \mathbf{b)} r = 3(1 - \sin \varphi) \quad \mathbf{c)} r = 5(1 + \sin \varphi)$$

$$\mathbf{d)} r = 3 \sin 2\varphi \quad \mathbf{e)} r = -4 \sin 3\varphi \quad \mathbf{f)} r = -\sin 4\varphi \quad \mathbf{g)} r = 2 \cos 6\varphi$$

$$\mathbf{h)} r = \cos \frac{\varphi}{2} \quad \mathbf{i)} r = \sin \frac{\varphi}{2} \quad \mathbf{j)} r^2 = \sin \varphi \quad \mathbf{k)} r^2 = 25 \cos \varphi$$

$$\mathbf{l)} r^2 = 9 \sin 2\varphi \quad \mathbf{m)} r = 1 + 2 \sin \varphi \quad \mathbf{n)} r = \sin \varphi + \cos \varphi$$

5. Które pary warunków opisują ten sam zbiór?

$$\mathbf{a)} r = 0, \quad |x| + |y| = 0$$

$$\mathbf{b)} r = 1, \quad |x| + |y| = 1$$

$$\mathbf{c)} r^2 < 4, \quad |x|^2 + |y|^2 < 4$$

$$\mathbf{d)} r \in [0, 3) \wedge 0 \leq \varphi \leq \pi, \quad |x|^2 + |y|^2 < 9 \wedge y \geq 0$$

$$\mathbf{e)} xy = 0, \quad |2\varphi/\pi| \in \mathbb{Z}$$

$$\mathbf{f)} y = x, \quad \varphi \in \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\}$$

$$\mathbf{g)} y = 2x, \quad \varphi \in \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \right\}$$

$$\mathbf{h^*)} r = 3(\cos \varphi + 1), \quad r = 3(\cos \varphi - 1)$$

$$\mathbf{i^*)} r = 2(\sin \varphi + 1), \quad r = 2(\sin \varphi - 1)$$

6. Zapisz w układzie biegunowym

a) jakiś kwadrat (pełny) **a')** brzeg jakiegoś kwadratu

b) jakiś trójkąt (pełny) **b')** brzeg jakiegoś trójkąta

