

ANALIZA MATEMATYCZNA 3. NOTATKI Z WYKŁADU 2.A

Funkcja $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, gdzie $D \subset \mathbb{R}^2$, parze $(x, y) \in D$ przyporządkowuje liczbę $f(x, y)$.
Jej wykresem jest zbiór

$$\{(x, y, z) : z = f(x, y), (x, y) \in D\},$$

inaczej pisząc:

$$\{(x, y, f(x, y)), (x, y) \in D\}.$$

Wykres jest podzbiorem Jego rzut na płaszczyznę $z = 0$ jest 'równy'

Zbiór $f[D]$, zawarty w , jest rzutem wykresu na

* * *

1. Niech $f(x, y) = x^2 - y + 2$.

a) Oblicz: $f(2, 3) = \dots\dots\dots$, $f(3, 2) = \dots\dots\dots$, $f(x, 0) = \dots\dots\dots$,

$$f(1, y) = \dots\dots\dots,$$

$$f(2x + y, 3x) = \dots\dots\dots,$$

$$f(x, -x) = \dots\dots\dots$$

b) Rozwiąż równania:

$$f(x, 4) = 0,$$

$$f(4, y) = 0,$$

$$f(x, x) = 0,$$

$$f(y, y) = 0$$

c) Zaznacz w układzie współrzędnych następujące zbiory:

$$A = \{(x, y) : f(x, y) = 0\},$$

$$B = \{(x, y) : f(x, y) = \frac{1}{2}\},$$

$$C = \{(x, y) : f(x, y) = 1\}.$$

Jak je zgrabniej nazwać?

c') Zaznacz w (jednym) układzie współrzędnych następujące zbiory:

$$A = \{(x, z) : z = f(x, y), y = 0, x \in \mathbb{R}\},$$

$$B = \{(x, z) : z = f(x, \frac{1}{2})\},$$

$$C = \{(x, f(x, 1)) : x \in \mathbb{R}\} .$$

Jak je zgrabniej nazwać?

d) Następujące zbiory leżą na płaszczyznach. Narysuj je (płaszczyzny i zbiory).

$$A = \{(x, y, z) : z = f(x, y) \wedge y = 1\},$$

$$B = \{(x, 2, f(x, 2)) : x \in \mathbb{R}\},$$

$$C = \{(2, y, z) : z = f(2, y)\},$$

$$D = \{(x, y, z) : z = f(x, y) \wedge y = x + 1\},$$

$$E = \{(x, y, f(x, y)) : x = 1\},$$

$$F = \{(x, x, z) : z = f(x, x)\}$$

2. Jak wyglądają wykresy funkcji: $f(x, y) = x^2$, $g(x, y) = x^2 - y$, $h(x, y) = x^3 - x$?

3. Opisz (i naszkicuj) obszar będący dziedziną funkcji:

a) $f(x, y) = \ln(xy)$

b) $z = \sqrt{x - \sqrt{y}}$

c) $\arccos \frac{x}{y}$

4. Dobierz odpowiednią funkcję (i jej dziedzinę) tak, by jej wykres wyglądał jak:

a) trójkąt o wierzchołkach $(2, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$, $(0, 0, 8)$

b) powierzchnia boczna stożka o wysokości $(0,0,0)(0,0,2)$ i promieniu podst. = 5

e) dach dwuspadzisty

f) pół powierzchni piłki do rugby

g) wigwam

h) blacha falista

g) wulkan

5. Niech $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. Niektóre z poniższych napisów nie mają sensu – które?

$f(g(x, y), y)$, $f(g(x, y), g(x, y))$, $f(g(x), g(y))$, $g(f(g(x, y), x), x)$, $g(f(x + 1, y) + x)$

