

1. Jaki odcinek jest opisany poniższą parametryzacją? Jaką ma długość?

a) $G(t) = (|t| + 1, 3|t| + 4)$, $|t| \leq 4$ b) $H(s) = (|s|, 3|s| + 1)$, $s \in [1, 5]$

c) $x = \sin t + 1, y = 2 \sin t + 3$, $\pi \leq t \leq 4\pi$ d) $x = |t|, y = 2|t|, z = 3|t|$, $t^2 \leq 1$

e) $x = 2 - 3t, y = -4t$, $0 \leq t \leq 12$ f) $x = e^t, y = e^{4+t} + 3$, $0 \leq t \leq \log 5$

2. Zaznacz linie opisane parametrycznie (wyznacz zbiory wartości funkcji):

a) $x = \cos(2\pi t) + 1, y = \cos(2\pi t) + 3$, $t \in [-2, 1]$.

b) $x = 3 \cos(2\pi t) + 1, y = 3 \cos(2\pi t) + 3$, $t \in [-2, 1]$.

c) $x = 3 \cos(2\pi t) + 1, y = 3 \sin(2\pi t) + 3$, $t \in [-2, 1]$.

d) $x = 2 \cos(2\pi t) + 1, y = 3 \sin(2\pi t) + 3$, $t \in [-2, 1]$.

e) $x = 2 \cos(2\pi t) + 1, y = 3 \cos^2(2\pi t) + 3$, $t \in [-2, 1]$.

f) $x = 2 \cos(2\pi t) + 1, y = 3 \sin^2(2\pi t) + 3$, $t \in [-2, 1]$.

g) $x = t, y = -\sqrt{4 - t^2}$, $t \in [-2, 2]$.

h) $x = -\sqrt{4 - t^2}, y = 4 - t^2$, $t \in [-2, 2]$.

i) $x = \min\{t, 1 - t\}, y = \max\{t, 1 - t\}$, $t \in [-1, 1]$.

j) $x = 2t, y = 3t, z = 4t$, $t \in [1, 2]$.

k) $x = 2t + 3, y = 3t + 4, z = 4t + 5$, $t \in [-1, 3]$.

l) $x = 2t^2 + 3, y = 3t^2 + 4, z = 4t^2 + 5$, $t \in [0, 2]$.

m) $x = 2t^2 + 3, y = 3t^2 + 4, z = 4t^2 + 5$, $t \in [-1, 2]$.

3. Podaj opis jakiejś wędrówki:

a) po łamanej $\{(x, y) : y = |x| \wedge x \in [-2, 2]\}$

b) po łamanej $\{(x, y) : y = ||x - 1| - 2| \wedge x \in [-5, 5]\}$

c) po brzegu kwadratu o wierzchołkach: $(-1, -1), (1, -1), (1, 1), (-1, 1)$

d) po brzegu jakiegoś trójkąta e) po (całej) sinusoidzie

4. Zbiór wartości funkcji $F : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$, $F(t) = (\cos t, \sin t, t)$ nazywany jest *linią śrubową*. Opisz gwint śruby o średnicy 12mm i skoku 2mm.

5. Wzór $M(t) = (5 \cos(\pi/2 - 2\pi t), 5 \sin(\pi/2 - 2\pi t))$, $t \in [0, 24]$ opisuje położenie końca minutowej wskazówki (o długości ...) zegarka jako funkcję czasu.

a) Opisz ruch końca małej wskazówki o długości 3

b) Opisz długość odcinka łączącego końce wskazówek (jako funkcję czasu).

c*) Jak zmienić powyższe, gdy zegar późni się (jednostajnie) 5 minut na dobę?

6*. Dla parametru $n \in \mathbb{N}$ linia K_n jest opisana parametrycznie:

$$x_t = (1 - \frac{1}{n}) \cos(t) + \frac{1}{n} \cos(t - n \cdot t), \quad y_t = (1 - \frac{1}{n}) \sin(t) + \frac{1}{n} \sin(t - n \cdot t), \quad t \in [0, 2\pi].$$

Gdy po okręgu $x^2 + y^2 = 1$ toczy się bez poślizgu okrąg $(x - (1 - \frac{1}{n}))^2 + y^2 = \frac{1}{n^2}$, to punkt $A_t = (x_t, y_t)$ leży nieruchomo na toczącym się okręgu i 'rysuje' linię K_n .

a) Udowodnij tw. Kopernika: K_2 jest odcinkiem. b) Czy K_3 jest odcinkiem?