Analiza matematyczna 3. Lista 2. 12–13.10.2022

1. Dla $s=1,\ s=2,\ s=4$ i funkcji $f(x,y)=x^2+|y|$ naszkicuj zbiory

a) $H_s=\{(x,y): f(x,y)=s\}$ **a')** $W_s=\{(x,y,s): f(x,y)=s\}$

b) $B_s=\{(x,z): z=f(x,s)\}$ **c)** $C_s=\{(y,z): z=f(s,y)\}$

2. Jaką symetrię ma wykres funkcji f spełniającej warunek (dla każdej pary (x,y)):

a) $f(x,y)=f(x,-y)$ **b)** $f(x,y)=f(y,x)$ **c)** $f(x,y)=f(-x,-y)$

d) $f(x,y)=f(4-x,y)$ **e)** $f(x,y)=f(4-x,6-y)$ **f)** $f(x,y)=f(|x|,|y|)$

3. Opisz (i naszkicuj) zbiór będący dziedziną funkcji $f(x,y)$ o wzorze:

a) $\ln\left(x^2+y^2-9\right)$ **b)** $\sqrt{1-x^2/9-y^2/16}$ **c)** $\ln\left(y^2-4x+8\right)$

d) $\sqrt{x^2-y^2}$ **e)** $\sin\left(\arcsin\frac{x^2+y^2}{4}\right)$ **f)** $\arcsin\left(\sin\frac{x^2+y^2}{4}\right)$ **g)** $\sqrt{x\sin y}$

4. Narysuj poziomice (i/lub inne cięcia) wykresu funkcji tak, by odkryć jego kształt.

a) $z=x^2+y^2$ **b)** $z=x^2+y^2+2xy$ **c)** $f(x,y)=xy$ **d)** $f(x,y)=x+2y$

e) $f(x,y)=x^2-y^2$ **f)** $f(x,y)=2\sqrt{x^2+y^2}$ **g)** $f(x,y)=|x|+|y|$

h) $f(x,y)=y^2-|x|$ **i)** $f(x,y)=\sin x+y$ **j)** $f(x,y)=e^{-(x^2+y^2)}$

5. Dobierz odpowiednią funkcję (i jej dziedzinę) tak, by jej wykres wyglądał jak:
a) trójkąt o wierzchołkach $(2,0,0)$, $(0,3,0)$, $(0,0,3)$
b) kwadrat o wierzchołkach $(0,0,2)$, $(2,0,0)$, $(2,2\sqrt{2},0)$
c) półsfera o środku (1,2,3) i promieniu 4
d) powierzchnia boczna stożka o wysokości (1,1,0)(1,1,3) i promieniu podst.$=3$

6. Dla $s=1,\ s=2,\ s=4$ i f-cji $f(x,y)$ naszkicuj zbiory:

a) $A_s=\{(x,y): f(x,y)=s\}$ gdy $f(x,y)=\dfrac{x^2}{y}+y-2$

b) $B_s=\{(x,y): f(x,y)=s\}$ gdy $f(x,y)=\left[x^2+(y-1)^2\right]$

c) $C_s=\{(x,z): f(x,s)=z\}$ gdy $f(x,y)=x\cdot\sin\left(y\cdot\frac{\pi}{4}\right)$

Uwaga.To zadanie nie będzie na kartkówce, ale mogą być podobne.

Rowiązanie??? zadania 6a)

Mamy
$$\frac{x^2}{y}+y-2=s$$
$$x^2+y^2-2y=sy$$
$$x^2+y^2-2(1+\tfrac{1}{2}s)y+(1+\tfrac{1}{2}s)^2=(1+\tfrac{1}{2}s)^2$$
$$x^2+(y-(1+\tfrac{1}{2}s))^2=(1+\tfrac{1}{2}s)^2$$

Zatem wydawać by się mogło, że zbiory A_s to okręgi o środkach w punktach (...... , ...) i promianiach ......

Takie okręgi są (parami) wewnętrznie styczne, więc mają punkt wspólny! (Jaki?)
A przecież różne poziomice powinny być rozłączne. Coś jest nie tak. **Co???**