

1. Znajdź początkowe (z pochodnymi rzędu ≤ 3) wyrazy szeregu Taylora podanej funkcji w otoczeniu punktu $(0,0)$

a) $f(x, y) = e^x \sin y$ b) $z = e^x \ln(1 + y)$ c) $z = e^{xy}$ d) $z = x^2 e^{x^2 y^3}$

2. Podaj przybliżoną wartość (przybliżając pł.styczną). Oszacuj błąd w a), c).

a) $\sqrt{6,02^2 + 8,01^2}$ b) $\frac{8,04}{2,02}$ c) $1,02^{3,01}$ d) $\ln(\sqrt[3]{1,03} + 0,08^4)$

* * *

3. Znajdź ekstrema lokalne zadanych funkcji a) $f(x, y) = x + y - 4x^2 y^2$

b) $f(x, y) = e^{xy} - x$ c) $f(x, y) = x^3 + y^3 + xy$ d) $f(x, y) = x^3 - y^3 + xy$

e) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$ f) $f(x, y) = x^3 - x + y^2$

g) $f(x, y) = 5 - |x| - |y|$ g') $f(x, y) = |5 - |x| - |y||$

g'') $f(x, y) = (5 - x^2 - y^2)^2$ g''') $f(x, y) = (5 - x^2 - y^2)^3$

h) $f(x, y) = |5 - |x||$ h') $f(x, y) = y^2 + |5 - |x||$ h'') $f(x, y) = y^3 + |5 - |x||$

i) $f(x, y) = \operatorname{sgn}(xy) + \{x\}$ j) $f(x, y) = \begin{cases} 4x & \text{gdy } (x, y) \in [0, 1]^2 \\ p & \text{gdy } (x, y) \notin [0, 1]^2 \end{cases}$

WSK. Począwszy od g) nie warto używać algorytmu (z hesjanem).

* * *

4. Znajdź (chyttrze) kres górny i kres dolny wartości funkcji na podanym zbiorze i wszystkie argumenty, w których te wartości są przyjmowane

a) $f(x, y) = 2 - \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ na kole o środku w $(0,0)$ i promieniu 2

b) $f(x, y) = |x - 3| + |y - 2|$, $x, y \in [-5, 5]$ c) $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^4 + 1}$, \mathbb{R}^2

d) $f(x, y) = 2\sqrt{1 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}y^2}$ e) $f(x, y) = \begin{cases} x^2 - 2x + p & \text{gdy } (x, y) \in [-1, 1]^2 \\ |y| + q & \text{gdy } (x, y) \notin [-1, 1]^2 \end{cases}$

f) $f(x, y) = (5 - x^2 - y^2)^2$ na \mathbb{R}^2 g) $f(x, y) = (5 - x^2 - y^2)^3$ na \mathbb{R}^2