

1. Wyznacz wartość najmniejszą i największą funkcji przy podanych warunkach. Tam, gdzie można zastosuj metodę czynników nieoznaczonych Lagrange'a.

a)  $f(x, y) = 2x^2 + y^2 + 2y - 3$     a') gdy  $x^2 + y^2 = 4$     a'') gdy  $x^2 + y^2 \leq 4$

b)  $f(x, y) = x^3 + x^2 + y^2/3$     gdy  $x^2 + y^2 \leq 36$

c)  $f(x, y) = xy$     gdy  $2x^2 + y^2 \leq 4$     d)  $f(x, y) = \cos^2 x + \cos^2 y$     gdy  $x - y = \pi/4$

e)  $f(x, y) = 16 - x^2 - 4y^2$     gdy  $x^4 + 2y^4 \leq 1$     f)  $f(x, y) = xy$     gdy  $x^2 + y^2 = 32$

g)  $f(x, y) = 4x^2 + y^3 + 3y + 7$     gdy  $2x^2 + \frac{3}{2}y^2 = \frac{3}{2}$

2. Wyznacz wartość najmniejszą i największą funkcji przy podanych warunkach. Tam, gdzie można zastosuj metodę czynników nieoznaczonych Lagrange'a.

a)  $f(x, y, z) = 3z - x - 2y$     gdy  $x^2 + 4y^2 - z = 0$

a')  $f(x, y, z) = 3z - x - 2y$     gdy  $x^2 + 4y^2 - z = 0$  i  $x - y = 0$

b)  $f(x, y, z) = y^3 + xz^2$     gdy  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

b')  $f(x, y, z) = y^3 + xz^2$     gdy  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  i  $x - y = 0$

c)  $f(x, y, z) = xyz$     gdy  $x^2 + y^2 + z^2 = 1, x + y + z = 0$

d\*)  $f(x, y, z) = xyz$     gdy  $x + y + z = 5, xy + xz + yz = 8$

3. Znajdź kres górny i kres dolny wartości funkcji na podanym zbiorze i wszystkie argumenty, w których te wartości są przyjmowane

a)  $f(x, y) = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy$     na zbiorze ograniczonym liniami:  $y = x^2, y = 4$

b)  $f(x, y) = |x| + (x + y)^2 + \frac{3}{2}y, [-1, 1]^2$     b')  $f(x, y) = |x| + (x + y)^2 + \frac{3}{2}y, \mathbb{R}^2$

c)  $f(x, y) = xy(4 - x - y)$     na trójkącie o wierzchołkach  $(1, 0), (6, 0), (1, 5)$

d\*)  $f(x, y) = (x + 1)^2 + (y - 2)^2, x \in [0, 2], 0 \leq y \leq x^2$

4. Wyznacz punkt płaszczyzny  $z = 0$ , dla którego suma kwadratów odległości od punktów  $A_1(1, 2, 1), A_2(1, 3, 4), A_3(-1, 2, 2), A_4(0, 2, 3), A_5(5, 1, 5)$  jest najmniejsza.

5. Niech  $A(4, 0, 4), B(4, 4, 4), C(4, 4, 0)$ . Na powierzchni  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  znajdź taki punkt  $S$ , by objętość ostrosłupa  $SABC$  była    a) najmniejsza    b) największa.

6. Doprecyzuj treść zadania i sprowadź do zagadnienia minimaxowego

a) Znaleźć prawidłowy ostrosłup czworokątny o danej ..... , mający naj ..... .

b) Zoptymalizować wymiary puszek,    b') puszek bez wieczka.

c) Sprawdzić, że najbardziej ekonomiczne wymiary ma prostopadłościenny odkryty z góry zbiornik, gdy dno jest kwadratem, a głębokość jest .....